II Olimpíada Brasileira de Economia

Guia Oficial de Correção - Segunda Fase - 2019

OBECON
OLIMPÍADA BRASILEIRA DE ECONOMIA

Qualitativa 01 (FGV)

a) [30%] Defina o que é inflação.

b) [30%] Defina o que é rendimento real.

c) [40%] Como o entendimento destes dois conceitos contribui para uma boa educação financeira?

Resposta:

a) A inflação é um conceito econômico que representa o aumento persistente e generalizado do preço de uma cesta de produtos em um país ou região durante um período definido de tempo.

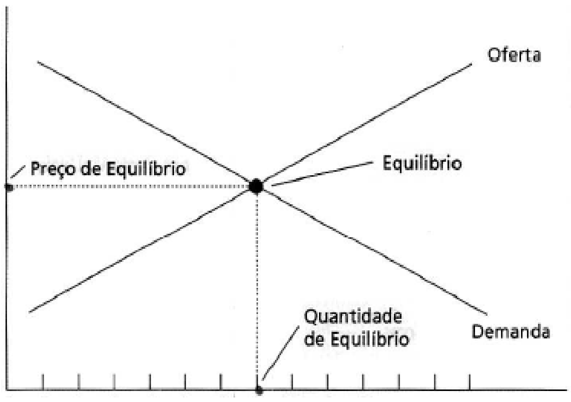
b) O rendimento real é o retorno que um investidor receberá após a taxa de inflação ser descontada dos lucros de um investimento.

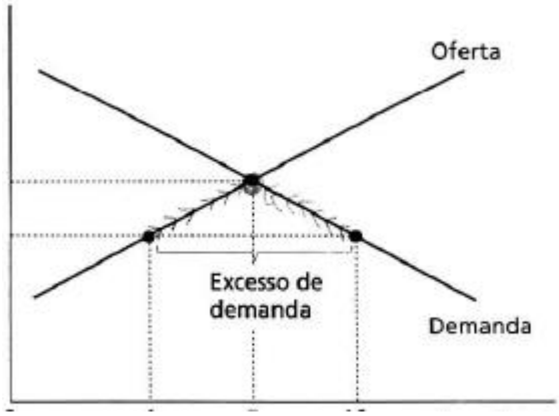
c) Ter conhecimento sobre estes conceitos oferece ao estudante visão macroeconômica, o que lhe permite uma melhor capacidade de tomada de decisão sobre seus investimentos (exemplo: aumento da inflação é indicativo de chance de aumento da taxa de juros, o que retrai os investimentos das empresas etc.). Por outro lado, um maior entendimento sobre inflação também permite maior clareza sobre planejamento financeiro, já que é imprescindível avaliar a rentabilidade dos seus investimentos a partir do ganho real e não do nominal.

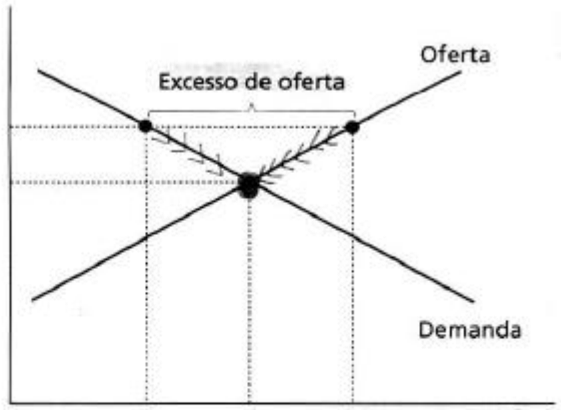
Qualitativa 02

Questão dividida em 4 pontos:

Saber desenhar o gráfico (25%); explicar o Ponto de Equilíbrio (25%); explicar o Excesso de demanda (25%); explicar o Excesso de Oferta (25%).







Ponto de Equilíbrio: a quantidade do bem que os compradores desejam e podem comprar é exatamente igual à quantidade do bem que os vendedores desejam e podem vender. Pode ser chamado de preço de ajustamento, pois é nesse preço que o mercado está satisfeito.

Excesso de Oferta: vendedores não conseguem vender seus produtos pelo preço vigente. Respondem a essa situação diminuindo o preço. Com a diminuição nos preços, a quantidade de demanda aumenta, e a quantidade ofertada diminui. Os preços diminuem até atingir-se o equilíbrio.

Excesso de Demanda: compradores não conseguem comprar tudo o que desejam pelo preço vigente. Compradores precisam esperar em longas filas para uma oportunidade para comprar o produto (déficit). Vendedores respondem a isso aumentando o preço sem comprometer as vendas até que a demanda se ajuste conforme o preço e assim atinja o equilíbrio.

Qualitativa 03
A parte (1) e (2) da resposta correspondem cada uma a 50% da nota.

A teoria de Markovitz propõe a utilidade que diversificação de portfólios tem para gestão de carteiras, explicando como é possível **(1) reduzir o risco de um portfólio sem reduzir seus retornos esperados**. A partir da teoria e do gráfico exposto é possível visualizar que **(2) um gestor de carteiras que está exposto a 50 ativos com correlação de 40%, por exemplo, está exposto a praticamente o mesmo risco (desvio padrão) que um gestor que está exposto a apenas 5 ativos**.
Desta forma é possível otimizar substancialmente o processo de gestão e escolha dos ativos, viabilizando um acompanhamento e análise muito mais profunda e eficiente dos portfólios.

Qualitativa 04

Para resposta cheia (100%) o aluno deve fundamentar sua argumentação em dois pontos:

1- as despesas com pessoal e encargos representam de longe a maior parcela (pelo gráfico é possível estimar que é superior a 80%) dos orçamentos das instituições públicas, ainda, esta categoria de despesa foi a única que aumentou sua participação nos orçamentos nos últimos anos.

2- o aluno deve propor uma solução que diversifique a estrutura de receita das universidades, sendo coerente e realista, podendo também citar exemplos existentes.

Exemplos: cobrar mensalidades nas universidades públicas; aumentar a participação de capital privado de empresas no financiamento de atividades e projetos (como laboratórios e bolsas). Ainda, como citado na prova da primeira fase, viabilizar o financiamento a partir de Fundos de Endowment (Fundos Patrimoniais), atraindo capital privado a partir de doações de ex-alunos.

Quantitativa 01

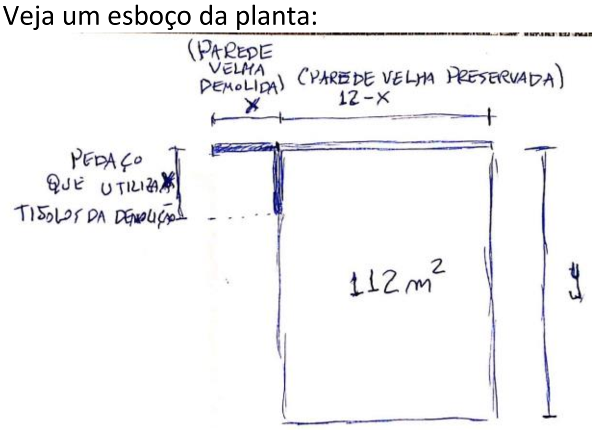
Uma família adquiriu um terreno e ficou com orçamento limitado para concluir a obra. No terreno há uma parede antiga, com 12 m de comprimento e 3 m de altura. A primeira parte da obra consiste em cercar um perímetro retangular de 112 m2com paredes de 3 m de altura e construir uma laje. É possível aproveitar, total ou parcialmente, parte da parede que já está no terreno, mas em caso de manter uma parte dela, haverá necessidade de restauro. Os tijolos da parte da parede demolida também podem ser reparados e aproveitados. Considere que é possível demolir a parede sempre em pedaços retangulares que vão do chão até a altura de 3m. Assuma que o custo de restauração do metro quadrado da parede antiga seja 25% do custo de levantar o metro quadrado da parede nova, e que o custo de reaproveitamento dos tijolos do pedaço demolido por metro quadrado é igual a metade do custo de levantar a parede nova, por metro quadrado. O custo do metro quadrado de laje é o dobro do custo do metro quadrado de uma parede nova. Assuma que o terreno seja grande o suficiente para comportar qualquer das plantas possíveis.

a) [20%] Qual das informações do enunciado é irrelevante na tentativa de minimizar os custos da obra?

b) [40%] Estruture o custo total da obra (C) em função do custo do metro quadrado de parede nova (c) e da área da parede velha a ser demolida (A).

c) [40%] Determine qual o projeto de perímetro retangular que minimiza o orçamento da obra.

Resposta:
a) o custo do metro quadrado de laje é irrelevante, dado que a área a ser cercada é fixa.
b) A = área da parede velha a ser demolida.
C = custo total da obra.
C = custo do metro quadrado da parede nova.
Considere que todas as medidas de comprimento estão em metros e as de área em metros quadrados.
Então A = x.3, em que x é o comprimento de parede velha a ser demolida (3 é a altura da parede).
Então o comprimento não demolido é 12-x.
É preciso perceber que este comprimento 12-x será um dos lados do retângulo, pois devemos preservar ao máximo a parede velha, já que seu custo de reparo é menor que o custo de reaproveitamento ou custo de se fazer uma parede nova.
Seja y o outro lado do retângulo a ser cercado com as paredes. Como a área do retângulo é 112, temos que (12-x).y = 112 e y = 112/(12-x).
Veja um esboço da planta:



O perímetro do retângulo vale 2(12-x + y).
A parede velha cobrirá 12-x do perímetro, ao custo 0,25c por metro quadrado, logo o custo de restauração da parede velha vale (12-x).3.0,25c.
Um comprimento x do perímetro pode ser construído utilizando-se os tijolos da parede demolida, ao custo de 0,5c por metro quadrado. Logo o custo deste pedaço vale x.3.0,5c.

Portanto, um comprimento 12-x+2y-x deve ser construído do zero, ao custo c por metro quadrado. Logo o custo desta parte da obra vale (12+2y-2x).3.c.
O custo da laje vale 112.2c, e, portanto, é fixo, independente de x e y.
Deste modo o custo total da obra vale:
C = (12-x).3.0,25c + x.3.0,5c + (12+2y-2x).3.c + 112.2c
C = c[269 – 5,25x + 6y]

$$C = c\left[269 - 5,25x + 6\frac{112}{12-x}\right]$$

$$C = c\left[269 - 5,25\frac{A}{3} + 6\frac{112}{12-\frac{A}{3}}\right]$$

c)
Retomando C = c[269 – 5,25x + 6y], percebemos que para minimizar o custo é preciso minimizar f(x,y) = 6y – 5,25x
5,25 = 7.0,75 e 6 = 8.0,75.
Logo, f(x,y) = 8.0,75y – 7.0,75x = 0,75(8y-7x)
Se fosse possível que 8y = 7x, teríamos o custo mínimo igual a C = 269c.
112 = 2.7.8 = (12-x).y
Fazendo z= 12-x com x = 12-z.
f(x,y) = 0,75(8y-7x) → g(z,y) = 0,75(8y-7(12-x))=0,75(8y+7z-84)
Assim, para minimizar f é preciso minimizar h(z,y)=8y+7z com a restrição z.y=112.
7z.8y=56.112
Chamando A=7z e B=8y o problema fica reduzido a minimizar j(A,B) = A+B =S com A.B=56.112 = P.
A e B são raízes da equação x^2-Sx +P = 0.
Para que as raízes existam devemos ter Δ≥0 → $S^2 \geq 4P$.
Portanto o valor mínimo é S=4P e neste caso A=B=S/2 = $\sqrt{P} = \sqrt{56.112} = 56\sqrt{2}$.
A = 7z = 7(12-x) = $56\sqrt{2}$ → x = 12-8 $\sqrt{2}$

Quantitativa 02

Em um país foi descoberta uma nova jazida de Ferro C. Com a descoberta da jazida o governo planeja exportar aço, e para isso planeja construir uma ferrovia unindo a cidade A, na qual há uma siderúrgica, com a cidade B, na qual há um porto. O relevo é perfeitamente plano e sem obstáculos naturais, o que permite a ligação entre A e B através da construção de uma ferrovia perfeitamente retilínea, o que, por questões logísticas e outros interesses de cidades em meio ao caminho,, é ponto pacífico no projeto. Acontece que C fica a 50 km do traçado da ferrovia, um pouco mais próxima de B do que de A (a distância exata é irrelevante). A fim de viabilizar o escoamento do minério para a siderurgia, o governo planeja construir uma estrada unindo a jazida à ferrovia.

Sabe-se que:

(1) o km construído de ferrovia é 20% mais barato do que o km construído de rodovia.

(2) a tonelada de Ferro transportada em rodovias é 80% mais cara do que quando transportada em ferrovias, considerando o combustível gasto.

Pergunta-se:

a) [20%] Considerando apenas a informação 1, especifique o melhor projeto para a rodovia. Faça um esboço.

b) [20%] Considerando apenas a informação 2, especifique o melhor projeto para a rodovia. Faça um esboço.

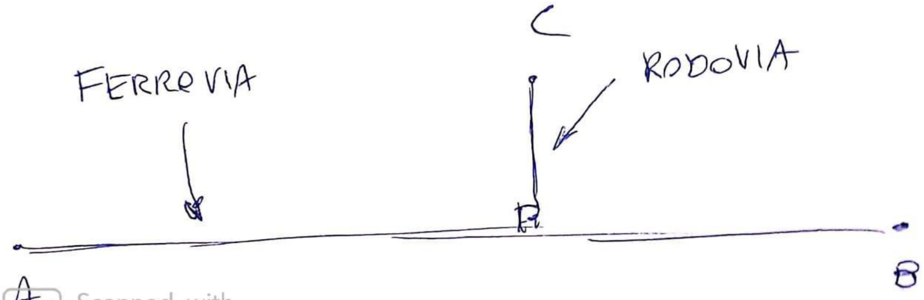
c) [20%] Quais outros custos deveriam ser levados em consideração para planejar a rodovia, considerando apenas a informação 2?

d) [40%] Considerando conjuntamente as informações 1 e 2, que informações são necessárias para poder especificar o melhor projeto para a rodovia. Pense de maneira holística.

Dados: O valor mínimo da função $f(x)=\sqrt{a^2+x^2}-bx$ ocorre para $x=\dfrac{ab}{\sqrt{1-b^2}}$.

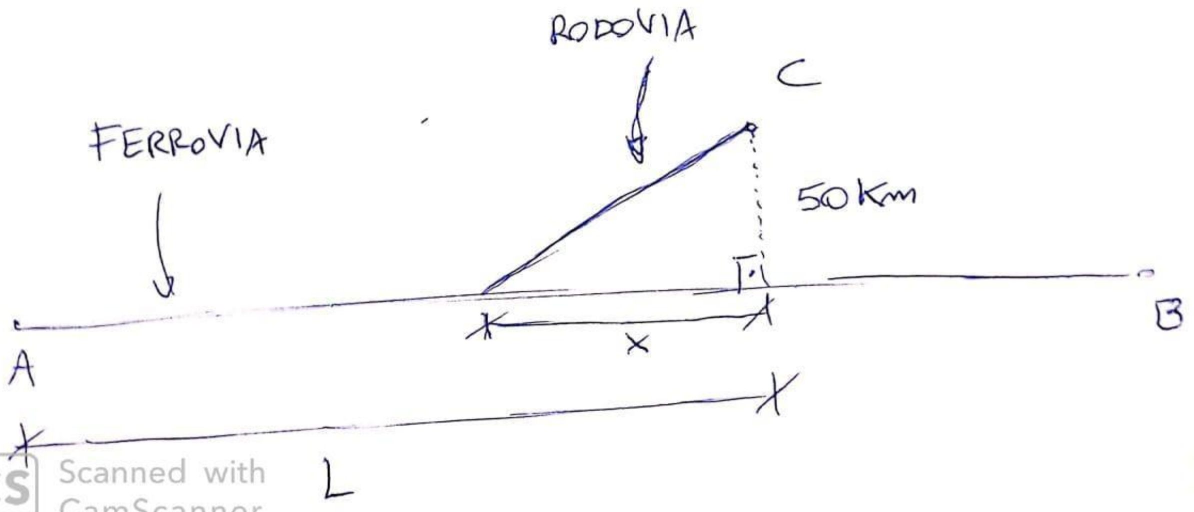
Resposta:

a) A ferrovia terá de ser construída de qualquer maneira, para unir o porto até a siderúrgica. Portanto seu custo é fixo. Considerando apenas o custo de construção, o melhor então é projetar a estrada mais curta possível, que, portanto, é perpendicular à ferrovia, e com comprimento de 50 km, conforme o esboço abaixo:



b) Seja c o custo de transporte da tonelada de ferro por km, via ferroviária. Portanto mesmo custo, no transporte rodoviário é 1,8c.

Veja a figura:



O comprimento da rodovia a ser construída vale $\sqrt{50^2 + x^2}$.
No trajeto da jazida C até a siderúrgica A, o minério de ferro será transportado primeiro por estradas, ao custo de $\sqrt{50^2 + x^2}$ 1,8c e depois por trem, ao custo de (L-x)c. L é um valor fixo, que corresponde ao trajeto da ferrovia até o ponto em que uma estrada perpendicular à ferrovia interceptaria a mesma.

Então, C = $\sqrt{50^2 + x^2}$ 1,8c + (L-x)c

C = c(1,8 $\sqrt{50^2 + x^2}$ -x) + Lc

C = 1,8c($\sqrt{50^2 + x^2}$ - $\frac{1}{1,8}$ x) + Lc.

Como Lc é um valor fixo, precisamos determinar o valor de x que minimiza $\sqrt{50^2 + x^2}$ - $\frac{1}{1,8}$ x, o que, de acordo com a informação do enunciado vale $x = \dfrac{50.\frac{1}{1,8}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1,8}\right)^2}}$ km.

c) custo de manutenção da ferrovia, da rodovia, dos trens, dos caminhões, custo operacional com pessoal.

d) É preciso estimar a vida útil da jazida (com informações geológicas), da siderúrgica (considerando sua eficiência e seu risco de defasagem tecnológica) e o risco comercial de se continuar exportando aço (o que depende do mercado internacional e do próprio fato de ser ou não o aço uma matéria prima importante no futuro). Uma vez que se tem esta informação é possível comparar a relevância de se construir uma estrada o mais barata possível versus um custo operacional mais barato (e que dilui o custo fixo da construção a longo prazo). Com a informação é possível inclusive construir uma função custo que combine ambas as informações 1 e 2.
O projeto da rodovia perpendicular à ferrovia é mais barato. Entretanto, quando maior expectativa de vida útil da jazida, mais relevante será o custo de seu uso (transporte). Assim, é muito mais provável que o projeto combinado esteja muito mais próximo daquele calculado com a informação 2 do que do projeto que considera exclusivamente a informação 1. É provável inclusive, que a informação 1 (que é um custo fixo) seja desprezível em relação à informação 2 (um custo variável).

Quantitativa 03

Preocupado com seu futuro, um jovem resolveu criar um plano de previdência. Planejou depositar R$100 mensalmente por um período de 20 anos. Na data em que efetua o último depósito, ele verifica o seu saldo.

Estruture a função que calcula o saldo em conta em função do total de anos em que foi feito o investimento e da taxa de juros mensal com a qual o capital é remunerado.

a) [25%] Qual seria o saldo se a taxa de juros mensal fosse i=1% ? Use a aproximação 1+xn=1+nx quando x<<1.

b) [25%] Qual seria o saldo se a taxa de juros semestral fosse 10%? Monte a equação que resolveria o problema.

c) [25%] Se o saldo verificado foi de R$X ao final de N anos, qual foi a taxa de juros mensal? Monte a equação que resolveria o problema.

d) [25%] Qual deveria ser o número de meses de depósito para que o saldo verificado fosse de R$Z a uma taxa de juros mensal i? Monte a equação que resolveria o problema.

Resposta:

a) Seja i a taxa de juros mensal com a qual o capital é remunerado.
Se N a duração do investimento em anos. Então a quantidade de meses de investimento é 12N.

O primeiro depósito, no mês seguinte equivalerá a $100(1+i)$. E dois meses depois equivalerá a $100(1+i)^2$. Considerando todos os depósitos, após 12N meses o saldo S será então:

$$S = 100 + 100(1+i) + 100(1+i)^2 + \ldots + 100(1+i)^{12N-1}$$

Temos uma soma de PG finita, de primeiro termo 100, razão (1+i) e 12N parcelas. Logo:

$$S = \frac{100(1+i)^{12N-1}(1+i) - 100}{(1+i)-1} = \frac{100\left[(1+i)^{12N} - 1\right]}{i}$$

a) i=1% = 0,01 e N=20. Logo:

$$S = \frac{100\left[(1+0,01)^{12.20} - 1\right]}{0,01} = \frac{100\left[(1+0,01.12.20) - 1\right]}{0,01} = 10000\left[2,4\right] = 24000$$

O saldo seria de R$24.000,00.

b) Devemos converter a taxa semestral i=10% em taxa mensal i´.

(1+i´)^6 = (1+i) □ $i' = \sqrt[6]{1+i} - 1 = \sqrt[6]{1+0,1} - 1$

$$\sqrt[6]{1+0,1} = (1+0,1)^{\frac{1}{6}} = 1 + \frac{1}{6}.0,1 = 1,01666\ldots$$ (usamos a aproximação fornecida no enunciado)

Logo, i´= 1,01666...-1 = 0,016666...

Deste modo:

$$S = \frac{100\left[(1+0,01666\ldots)^{12.20} - 1\right]}{0,01666\ldots}$$

c) $$R = \frac{100\left[(1+i)^{12N} - 1\right]}{i}$$ (não há método analítico para resolver esta equação).

d) Seja x o número de meses procurado. Então:

$$Z = \frac{100\left[(1+i)^x - 1\right]}{i}$$

$$Zi + 100 = 100(1+i)^x$$

Aplicando logaritmos decimal em ambos os lados:

$$\log\left(Zi+100\right) = \log\left[100(1+i)^x\right]$$

$$\log\left(Zi+100\right) = x\log\left[100(1+i)\right]$$

$$x = \frac{\log\left(Zi+100\right)}{\log\left[100(1+i)\right]}$$

Quantitativa 04 (FGV)

Assuma que a probabilidade de uma ação aleatória dentro do índice Ibovespa subir mais que o próprio índice dentro de um determinado ano de 50%, e que o retorno das ações em determinado ano não possui relação com os retornos de outros anos. Nesse contexto, indique qual a conta devemos fazer para calcular as seguintes probabilidades (nota: você não precisa resolver a conta, apenas indicar a fórmula numérica que resulta na probabilidade correta)

a) [25%] Probabilidade de um gestor específico montar um fundo de ações que renda mais que o Ibovespa por 15 anos consecutivos.

b) [75%] Probabilidade de que ao menos um gestor dentro de um grupo de 20000 candidatos montar um fundo de ações que renda mais que o Ibovespa por 15 anos consecutivos sob a hipótese de que as carteiras dos gestores são independentes umas das outras.

Resposta:

a) Dadas as hipóteses do problema o evento "um gestor específico montar um fundo de ações que renda mais que o Ibovespa por 15 anos consecutivos" pode ser modelado como o evento "obter 15 sucessos em uma binomial (15,1/2)". Essa probabilidade é dada por

$$\frac{15!}{0!15!}0{,}5^{15}(1-0{,}5)^{0} = 0{,}5^{15}$$

Note que podemos encarar isso como o lançamento de uma única moeda (ou seja, como uma distribuição de Bernoulli) cuja probabilidade de sucesso é de $0{,}5^{15}$. Isso será interessante para a questão

b) Como o evento "um gestor específico montar um fundo de ações que renda mais que o Ibovespa por 15 anos consecutivos" pode ser encarado como uma Bernoulli($0{,}5^{15}$), temos que o evento "algum gestor dentro de um grupo de 20000 candidatos independentes montar um fundo de ações que renda mais que o Ibovespa por 15 anos consecutivos" pode ser modelado por uma Binomial(20000, $0{,}5^{15}$). Chamando essa variável aleatória de X, o que a questão pede é $P(X \geq 1)$. Usando os axiomas de Kolmogorov temos:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{20000!}{0!20000!}(0{,}5^{15})^{0}(1-0{,}5^{15})^{20000} = 1 - (1-0{,}5^{15})^{20000}$$